

## Guía docente

### 300501 - CAL-S - Cálculo

Última modificación: 11/07/2024

**Unidad responsable:** Escuela de Ingeniería de Telecomunicación y Aeroespacial de Castelldefels

**Unidad que imparte:** 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

**Titulación:** GRADO EN INGENIERÍA DE SATÉLITES (Plan 2024). (Asignatura obligatoria).

**Curso:** 2024

**Créditos ECTS:** 6.0

**Idiomas:** Catalán

#### PROFESORADO

---

**Profesorado responsable:** Definit a la infoweb de l'assignatura

**Otros:** Definit a la infoweb de l'assignatura

#### METODOLOGÍAS DOCENTES

---

En las sesiones de teoría se introducirán los conceptos fundamentales de la asignatura y se presentarán las técnicas básicas para la resolución de ejercicios y problemas. El alumnado deberá estudiar parte de la teoría de manera autónoma, antes de cada sesión.

En las sesiones de problemas se discutirán y resolverán ejercicios y problemas propuestos anteriormente por el profesorado, que el estudiantado deberá preparar de forma autónoma.

Habrà algunas sesiones donde el estudiantado deberá traer un ordenador / tablet y se diseñarán pequeños programas en Python para resolver sin papel ni lápiz algunos problemas de la asignatura.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

---

Al acabar la asignatura de Cálculo, los y las estudiantes han de ser capaces de:

- Operar y representar correctamente números reales i complejos.
- Encontrar las raíces reales y complejas de un polinomio de coeficientes reales.
- Entender el concepto de límite de una función en un punto y conocer algunas técnicas para calcularlos.
- Resolver problemas donde intervengan derivadas de funciones de una variable.
- Conocer la fórmula de Taylor y su aplicación en el estudio local y en la evaluación aproximada de funciones.
- Entender el concepto de integral y calcular áreas de regiones planas y volúmenes de algunos sólidos en el espacio R3.
- Conocer algunas técnicas de cálculo de primitivas.
- Identificar las cónicas y cuádricas a partir de sus ecuaciones.
- Adquirir destreza en cálculos que involucren curvas y superficies.
- Entender y saber interpretar geoméricamente los conceptos de derivada direccional, parcial y gradiente.
- Calcular extremos locales y absolutos de funciones de una variable, y extremos condicionados de funciones de varias variables.
- Comprensión escrita: entender el enunciado de un problema de ingeniería de satélites para poder aplicar técnicas matemáticas que lleven a su resolución.
- Resolver problemas matemáticos con la ayuda de lenguajes de programación, diseñando pequeños algoritmos y rutinas (en Python).

### RESULTADOS DE APRENDIZAJE

#### Conocimientos

K1. Identificar las herramientas matemáticas que se aplican en las estructuras mecánicas de satélites.

#### Habilidades

S1. Aplicar los conceptos matemáticos básicos y avanzados en problemas relacionados con la ingeniería del espacio.

S2. Resolver problemas matemáticos diseñando modelos que se ajusten al comportamiento de los problemas relacionados con la ingeniería del espacio y de los satélites.

#### Competencias

C1. Desarrollar las habilidades de aprendizaje necesarias para poder abordar el resto de materias de manera más autónoma

## CONTENIDOS

---

### 1. Reales y Complejos; funciones reales de variable real; curvas y regiones en el espacio R2

#### Descripción:

- 1.1 Números reales y números complejos. La fórmula de Euler. Raíces n-ésimas.
- 1.2 Funciones de una variable: definición, dominio, gráfica, ejemplos de funciones elementales. Los polinomios.
- 1.3 Ecuaciones en dos variables, curvas en R2. Las curvas cónicas.
- 1.4 Inecuaciones y regiones en R2.

#### Objetivos específicos:

- Operar con números reales y complejos, y representarlos geoméricamente.
- Representar gráficamente funciones elementales de una variable.
- Encontrar todas las raíces (reales y complejas) de un polinomio de coeficientes reales.
- Identificar una curva cónica a partir de su ecuación, y representarla gráficamente.
- Resolver inecuaciones con una y dos variables, de manera analítica y geométrica.

#### Actividades vinculadas:

- Resolución de problemas
- Una sesión con PCs para resolver problemas con Python
- Control 1
- Examen de medio cuatrimestre

#### Dedicación: 28h

Grupo grande/Teoría: 11h

Aprendizaje autónomo: 17h

## 2. Derivación de funciones de una variable y aplicaciones

### Descripción:

- 2.1 Concepto de derivada: definición analítica e interpretación geométrica.
- 2.2 Cálculo de derivadas: regla de la cadena, derivación implícita.
- 2.3 Aplicación 1: rectas tangentes y perpendiculares a curvas de  $\mathbb{R}^2$ .
- 2.4 Aplicación 2: límites e indeterminaciones, criterio de L'Hôpital.
- 2.5 Aplicación 3: aproximación de funciones, polinomio de Taylor, residuo de Lagrange. Extensión a series de potencias de Taylor.
- 2.6 Aplicación 4: estudio de funciones: (de)crecimiento, extremos relativos, extremos absolutos, problemas de optimización.

### Objetivos específicos:

- Saber derivar cualquier función explícita de una variable.
- Saber encontrar la ecuación de una recta tangente a una curva de  $\mathbb{R}^2$  que pase por un punto dado.
- Calcular límites que inicialmente den una indeterminación, mediante el Teorema de l'Hôpital.
- Calcular polinomios de Taylor y utilizarlos para aproximar funciones, acotando el error cometido.
- Saber manipular series numéricas y series de potencias de Taylor.
- Saber estudiar el crecimiento de una función de una variable, encontrando sus extremos relativos y absolutos.
- Resolver problemas de optimización relacionados con situaciones de la vida real, en particular con ingeniería de satélites.

### Actividades vinculadas:

- Resolución de problemas
- Una sesión con PCs para resolver problemas con Python
- Control 1
- Examen de medio cuatrimestre

### Dedicación: 28h

Grupo grande/Teoría: 11h

Aprendizaje autónomo: 17h

## 3. Integración de funciones de una variable y aplicaciones

### Descripción:

- 3.1 Integral indefinida: definición de primitiva de una función, integrales inmediatas.
- 3.2 Técnicas para el cálculo de primitivas: integrales casi inmediatas, integración por cambio de variable, integración por partes, integración de funciones racionales, trigonométricas, irracionales.
- 3.3 Integral definida: definición, interpretación geométrica, regla de Barrow.
- 3.4 Aplicaciones de la integral definida: cálculo de áreas de figuras planas, cálculo de volúmenes de sólidos de revolución.
- 3.5 Integrales impropias.

### Objetivos específicos:

- Saber calcular primitivas de funciones, utilizando un amplio abanico de técnicas de integración.
- Saber calcular áreas de regiones de  $\mathbb{R}^2$  y longitudes de curvas de  $\mathbb{R}^2$  mediante el cálculo de integrales definidas.
- Saber identificar y calcular integrales impropias.

### Actividades vinculadas:

- Resolución de problemas
- Una sesión con PCs para resolver problemas con Python
- Control 2
- Examen final de cuatrimestre

### Dedicación: 28h

Grupo grande/Teoría: 11h

Aprendizaje autónomo: 17h



#### 4. Funciones de varias variables. Superficies y curvas parametrizables

**Descripción:**

- 4.1 Funciones de  $\mathbb{R}^2$  sobre  $\mathbb{R}$ : dominio, curvas de nivel y mapa de contorno.
- 4.2 Definición de superficie en  $\mathbb{R}^3$ . El ejemplo de las superficies cuádricas.
- 4.3 Funciones de  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{R}^2$  o a  $\mathbb{R}^3$ . Trayectorias parametrizables, vector tangente, velocidad.
- 4.4 Parametrización de curvas cónicas.

**Objetivos específicos:**

- Saber calcular y representar las curvas y superficies de nivel de una función.
- Saber parametrizar cualquier curva cónica en  $\mathbb{R}^2$ .
- Saber identificar superficies cuádricas a partir de su ecuación.
- Encontrar ecuaciones de vectores y rectas tangentes a curvas de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ , a partir de su parametrización.
- Saber expresar una curva parametrizada en  $\mathbb{R}^3$  como intersección de dos superficies.

**Actividades vinculadas:**

- Resolución de problemas
- Control 2
- Examen final de cuatrimestre

**Dedicación:** 23h

Grupo grande/Teoría: 8h

Aprendizaje autónomo: 15h

#### Cálculo diferencial en $\mathbb{R}^n$

**Descripción:**

- 5.1 Definición y cálculo de derivadas direccionales, derivadas parciales, vector gradiente.
- 5.2 Aplicación 1 del gradiente: direcciones de máximo / mínimo / no crecimiento.
- 5.3 Aplicación 2 del gradiente: plano tangente a una superficie de  $\mathbb{R}^3$ .
- 5.4 Diferenciabilidad de funciones vectoriales. Matriz jacobiana y regla de la cadena.
- 5.5 Derivadas parciales segundas. Teorema de Schwarz. Polinomio de Taylor de funciones de varias variables.
- 5.6 Extremos de funciones escalares en regiones de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ : regiones compactas, teorema de Weierstrass, algoritmos de búsqueda de extremos absolutos (método de parametrización, método de los multiplicadores de Lagrange).

**Objetivos específicos:**

- Saber calcular derivadas parciales y vectores gradientes.
- Encontrar direcciones de máximo crecimiento o decrecimiento, y de no variación, de una función en un punto.
- Saber encontrar la ecuación de un plano tangente a una superficie de  $\mathbb{R}^3$ , por un punto de la superficie.
- Saber encontrar los extremos absolutos de una función en una región compacta de  $\mathbb{R}^2$  o de  $\mathbb{R}^3$ .

**Actividades vinculadas:**

- Resolución de problemas
- Una sesión con PCs para resolver problemas con Python
- Examen final de cuatrimestre

**Dedicación:** 43h

Grupo grande/Teoría: 16h

Aprendizaje autónomo: 27h



## ACTIVIDADES

### Control C1

**Descripción:**

Prueba escrita realizada en horario de clase sobre los contenidos 1 y 2.

**Objetivos específicos:**

Evaluación continua: se pretende fomentar el seguimiento constante de la asignatura por parte del estudiantado,

**Dedicación:** 6h

Grupo grande/Teoría: 1h

Aprendizaje autónomo: 5h

### Control C2

**Descripción:**

Prueba escrita realizada en horario de clase sobre los contenidos 3 y 4.

**Objetivos específicos:**

Evaluación continua: se pretende fomentar el seguimiento constante de la asignatura por parte del estudiantado.

**Dedicación:** 6h

Grupo grande/Teoría: 1h

Aprendizaje autónomo: 5h

### Examen de medio cuatrimestre

**Descripción:**

Prueba escrita realizada en la semana de exámenes parciales de la EETAC sobre los contenidos 1, 2 y 3.

**Objetivos específicos:**

Evaluación continua: se pretende fomentar el seguimiento constante de la asignatura por parte del estudiantado

**Dedicación:** 6h 30m

Aprendizaje autónomo: 5h

Grupo grande/Teoría: 1h 30m

### Examen final de cuatrimestre

**Descripción:**

Prueba escrita realizada en la setman de exámenes finales de la EETAC sobre los contenidos 4 y 5.

**Objetivos específicos:**

Evaluación continua: se pretende fomentar el seguimiento constante de la asignatura por parte del estudiantado

**Dedicación:** 6h 30m

Aprendizaje autónomo: 5h

Grupo grande/Teoría: 1h 30m



## Control de programación

### Descripción:

Prueba realizada en horario de clase, con ordenadores, para resolver problemas de la asignatura mediante programación en Python.

### Objetivos específicos:

Aprender el uso de lenguajes de programación para resolver problemas relacionados con el ámbito de la ingeniería de satélites. El test contendrá ejercicios similares a los que se habrán practicado en clase con anterioridad.

### Dedicación: 6h

Grupo grande/Teoría: 1h

Aprendizaje autónomo: 5h

## SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Se aplicarán los criterios de evaluación definidos en la infoweb de la asignatura.

## NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Los controles se hacen en horas de clase y en fechas anunciadas con antelación en ATENEA. Los exámenes de medio cuatrimestre y de final de cuatrimestre se hacen en las fechas habilitadas por la EETAC.

Los exámenes y controles se realizan individualmente. No se pueden utilizar libros ni apuntes.

## BIBLIOGRAFÍA

### Básica:

- "Capítulo 2. Diferenciación". Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony. Cálculo vectorial [en línea]. Addison Wesley, 2004. Disponible a: [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=7634](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634).- "Capítulo 4. Funciones con valores vectoriales". Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony. Cálculo vectorial [en línea]. Addison Wesley, 2004. Disponible a: [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=7634](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634).- Larson, Ron; Edwards, Bruce H. Cálculo . 9a ed. México [etc.] : McGraw-Hill, cop. 2010. ISBN 9789701071342.

### Complementaria:

- Larson, Ron; Edwards, Bruce H. Cálculo . 9a ed. México [etc.] : McGraw-Hill, cop. 2010. ISBN 9788429151565.  
- Barrière, Lali. Fonaments matemàtics per a l'enginyeria de telecomunicació . [Barcelona] : Edicions UPC, 2007. ISBN 9788483019078.  
- Salas, Saturnino L; Hille, Einar; Etgen, Garret J. Calculus : una y varias variables . 4a ed. Barcelona [etc.] : Reverté, cop. 2002-2003. ISBN 9788429151565.

## RECURSOS

### Otros recursos:

- Calendario del curso con distribución del temario y programación de actividades.
- Material de conocimientos previos.
- Transparencias resumen de los contenidos del curso.
- Lista de ejercicios (con soluciones) del curso.
- Modelos de exámenes y controles de cursos anteriores.
- Enlaces a apuntes, resúmenes y vídeos relacionados con el temario de la asignatura.

Todos ellos están disponibles en ATENEA