



Guia docent 300501 - CAL-S - Càlcul

Última modificació: 11/07/2024

Unitat responsable: Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i Aeroespacial de Castelldefels
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN ENGINYERIA DE SATÈL·LITS (Pla 2024). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: Definit a la infoweb de l'assignatura

Altres: Definit a la infoweb de l'assignatura

METODOLOGIES DOCENTS

En les sessions de teoria s'introduiran els conceptes fonamentals de l'assignatura i es presentaran les tècniques bàsiques per a la resolució d'exercicis i problemes. L'alumnat haurà d'estudiar part de la teoria de forma autònoma, abans de cada sessió.

En les sessions de problemes es discutiran i resoldran exercicis i problemes proposats a priori pel professorat i preparats per l'estudiantat de forma autònoma.

Hi haurà algunes sessions on l'estudiantat haurà de portar un ordinador / tablet i es dissenyaran petits programes de Python per a resoldre sense paper ni llapis alguns problemes de l'assignatura.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

En acabar l'assignatura de Càlcul, els i les estudiants han de ser capaços de:

- Operar i representar correctament números reals i complexos.
- Trobar les arrels reals i complexes d'un polinomi de coeficients reals.
- Entendre el concepte de límit d'una funció en un punt i conèixer algunes tècniques per calcular-ne.
- Resoldre problemes on intervinguin derivades de funcions d'una variable.
- Conèixer la fórmula de Taylor i la seva aplicació a l'estudi local i a l'avaluació aproximada de funcions.
- Entendre el concepte d'integral i calcular àrees de regions planes i volums d'alguns sòlids a l'espai.
- Conèixer algunes tècniques de càlcul de primitives.
- Identificar les còniques i quàdriques a partir de les seves equacions.
- Adquirir destresa en càlculs que involucrin corbes i superfícies.
- Entendre i saber interpretar geomètricament els conceptes de derivada direccional, parcial i gradient.
- Calcular extrems locals i absoluts de funcions d'una variable, i extrems condicionats de funcions de diverses variables.
- Comprensió escrita: entendre l'enunciat d'un problema d'enginyeria de satèl·lits per tal de poder aplicar tècniques matemàtiques que portin a la seva resolució.
- Resoldre problemes matemàtics amb l'ajuda de llenguatges de programació, dissenyant petits algorismes i rutines (en Python).

RESULTATS D'APRENTATGE

Coneixements

K1. Identificar les eines matemàtiques que s'apliquen en les estructures mecàniques de satèl·lits.

Habilitats

S1. Aplicar els conceptes matemàtics bàsics i avançats en problemes relacionats amb l'enginyeria de l'espai.

S2. Resoldre problemes matemàtics dissenyant models que s'ajustin al comportament dels problemes relacionats amb l'enginyeria de l'espai i dels satèl·lits.

Competències

C1. Desenvolupar les habilitats d'aprenentatge necessàries per a poder abordar la resta de matèries de manera més autònoma

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	66,0	44.00
Hores aprenentatge autònom	84,0	56.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

1. Reals i Complexos; funcions reals de variable real; corbes i recintes en l'espai R2

Descripció:

- 1.1 Números reals i números complexos. La fórmula d'Euler. Arrels n-èsimes.
- 1.2 Funcions d'una variable: definició, domini, gràfica, exemples de funcions elementals. Els polinomis.
- 1.3 Equacions en dues variables, corbes a R2. Les corbes còniques.
- 1.4 Inequacions i recintes a R2.

Objectius específics:

- Operar amb números reals i complexos, i representar-los geomètricament.
- Representar gràficament funcions elementals d'una variable.
- Trobar totes les arrels (reals i complexos) d'un polinomi de coeficients reals.
- Identificar una corba cònica a partir de la seva equació, i representar-la gràficament.
- Resoldre inequacions amb una i dues variables, de manera analítica i geomètrica.

Activitats vinculades:

- Resolució de problemes
- Una sessió amb PCs per a resoldre problemes amb Python
- Control 1
- Examen de mig quadrimestre

Dedicació: 28h

Grup gran/Teoria: 11h

Aprenentatge autònom: 17h

2. Derivació de funcions d'una variable i aplicacions

Descripció:

- 2.1 Concepte de derivada: definició analítica i interpretació geomètrica.
- 2.2 Càlcul de derivades: regla de la cadena, derivació implícita.
- 2.3 Aplicació 1: rectes tangents i normals a corbes de R2.
- 2.4 Aplicació 2: límits i indeterminacions, criteri de L'Hôpital.
- 2.5 Aplicació 3: aproximació de funcions, polinomi de Taylor, residu de Lagrange. Extensió a sèries de potències de Taylor.
- 2.6 Aplicació 4: estudi de funcions: (de)creixement, extrems relatiu, extrems absoluts, problemes d'optimització.

Objectius específics:

- Saber derivar qualsevol funció explícita d'una variable.
- Saber trobar l'equació d'una recta tangent a una corba de R2 que passi per un punt donat.
- Calcular límits que inicialment donin indeterminació, mitjançant el Teorema de l'Hôpital.
- Calcular polinomis de Taylor i utilitzar-los per aproximar funcions, tot acotant l'error comés.
- Saber estudiar el creixement d'una funció d'una variable, trobant els seus extrems relatiu i absoluts.
- Resoldre problemes d'optimització relacionats amb situacions de la vida real, en particular amb enginyeria de satèl·lits.

Activitats vinculades:

- Resolució de problemes
- Una sessió amb PCs per a resoldre problemes amb Python
- Control 1
- Examen de mig quadrimestre

Dedicació: 28h

Grup gran/Teoria: 11h

Aprenentatge autònom: 17h



3. Integració de funcions d'una variable i aplicacions

Descripció:

- 3.1 Integral indefinida: definició de primitiva d'una funció, integrals immediates.
- 3.2 Tècniques per a càlcul de primitives: integrals quasi-immediates, integració per canvi. de variable, integració per parts, integració de funcions racionals, trigonomètriques, irracionals.
- 3.3 Integral definida: definició, interpretació geomètrica, regla de Barrow.
- 3.4 Aplicacions de la integral definida: càlcul d'àrees de figures planes, càlcul de volums de sòlids de revolució.
- 3.5 Integrals impròpies.

Objectius específics:

- Saber calcular primitives de funcions, fent servir un ampli ventall de tècniques d'integració.
- Saber calcular àrees de recintes de R^2 i longituds de corbes de R^2 mitjançant càlcul d'integrals definides.
- Saber identificar i calcular integrals impròpies.

Activitats vinculades:

- Resolució de problemes
- Una sessió amb PCs per a resoldre problemes amb Python
- Control 2
- Examen final de quadrimestre

Dedicació: 28h

Grup gran/Teoria: 11h

Aprenentatge autònom: 17h

4. Funcions de diverses variables. Superfícies i corbes parametrizables

Descripció:

- 4.1 Funcions de R^2 sobre R : domini, corbes de nivell i mapa de contorn.
- 4.2 Definició de superfície a R^3 . L'exemple de les superfícies quàdriques.
- 4.3 Funcions de R a R^2 o a R^3 . Trajectòries parametrizables, vector tangent, velocitat.
- 4.4 Parametrizació de corbes còniques.

Objectius específics:

- Saber calcular i representar les corbes i superfícies de nivell.
- Saber parametritzar qualsevol corba cònica a R^2 .
- Saber identificar superfícies quàdriques a partir de la seva equació.
- Trobar equacions de vectors i rectes tangents a corbes de R^2 i R^3 a partir de la seva parametrizació.
- Saber expressar una corba parametritzada a R^3 com a intersecció de dues superfícies.

Activitats vinculades:

- Resolució de problemes
- Control 2
- Examen final de quadrimestre

Dedicació: 23h

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 15h



Càlcul diferencial a R^n

Descripció:

- 5.1 Definició i càlcul de derivades direccionals, derivades parcials, vector gradient.
- 5.2 Aplicació 1 del gradient: direccions de màxim / mínim / no creixement.
- 5.3 Aplicació 2 del gradient: pla tangent a una superfície de R^3 .
- 5.4 Diferenciabilitat de funcions vectorials. Matriu jacobiana i regla de la cadena.
- 5.5 Derivades parcials segones. Teorema de Schwarz. Polinomi de Taylor de funcions de diverses variables.
- 5.6 Extrems de funcions escalars en recintes de R^2 i R^3 : recintes compactes, teorema de Weierstrass, algorismes de búsqueda d'extrems absoluts (mètode de parametrització, mètode dels multiplicadors de Lagrange).

Objectius específics:

- Saber calcular derivades parcials i vectors gradients.
- Trobar direccions de màxim creixement o decreixement, i de no variació, d'una funció en un punt.
- Saber trobar l'equació d'un pla tangent a una superfície de R^3 , per un punt de la superfície.
- Saber trobar els extrems absoluts d'una funció en un recinte compacte de R^2 o de R^3 .

Activitats vinculades:

- Resolució de problemes
- Una sessió amb PCs per a resoldre problemes amb Python
- Examen final de quadrimestre

Dedicació: 43h

Grup gran/Teoria: 16h

Aprenentatge autònom: 27h

ACTIVITATS

Control C1

Descripció:

Prova escrita realitzada en horari de classe sobre els continguts 1 i 2.

Objectius específics:

Avaluació contínua: es pretén formentar el seguiment constant de l'assignatura per part de l'estudiantat.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 5h

Control C2

Descripció:

Prova escrita realitzada en horari de classe sobre els continguts 3 i 4.

Objectius específics:

Avaluació contínua: es pretén formentar el seguiment constant de l'assignatura per part de l'estudiantat.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 5h



Examen de mig quadrimestre

Descripció:

Prova escrita realitzada durant la setmana d'exàmens parcials de l'EETAC sobre els continguts 1,2 i 3.

Objectius específics:

Avaluació contínua: es pretén formentar el seguiment constant de l'assignatura per part de l'estudiantat.

Dedicació: 6h 30m

Aprenentatge autònom: 5h

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Examen final de quadrimestre

Descripció:

Prova escrita realitzada en la setmana d'exàmens finals de l'EETAC sobre els continguts 4 i 5.

Objectius específics:

Avaluació contínua: es pretén fomentar el seguiment constant de l'assignatura per part de l'estudiantat.

Dedicació: 6h 30m

Aprenentatge autònom: 5h

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Control de programació

Descripció:

Prova realitzada en horari de classe, amb ordinadors, per resoldre problemes de l'assignatura mitjançant programació en Python.

Objectius específics:

Aprendre l'ús de llenguatges de programació per resoldre problemes matemàtics relacionats amb l'àmbit de l'enginyeria de satèl·lits. El test contindrà exercicis similars als que s'hauran practicat a classe amb anterioritat.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 5h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

S'aplicaran els criteris d'avaluació definits a la infoweb de l'assignatura.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Els controls es fan en hores de classe i en dates anunciades amb antelació a ATENEA. Els exàmens de mig quadrimestre i de final de quadrimestre es fan en les dates habilitades per l'EETAC.

Els exàmens i controls es realitzen individualment. No es poden utilitzar llibres ni apunts.



BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- "Capítulo 2. Diferenciación". Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony. Cálculo vectorial [en línia]. Addison Wesley, 2004. [Consulta: 29/08/2024]. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634.- "Capítulo 4. Funciones con valores vectoriales". Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony. Cálculo vectorial [en línia]. Addison Wesley, 2004. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634.- Larson, Ron; Edwards, Bruce H. Cálculo [en línia]. 9a ed. México [etc.]: McGraw-Hill, cop. 2010 [Consulta: 29/08/2024]. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=5686. ISBN 9789701071342.

Complementària:

- Barrière, Lali. Fonaments matemàtics per a l'enginyeria de telecomunicació. [Barcelona]: Edicions UPC, 2007. ISBN 9788483019078.
- Salas, Saturnino L; Hille, Einar; Etgen, Garret J. Calculus : una y varias variables. 4a ed. Barcelona [etc.]: Reverté, cop. 2002-2003. ISBN 9788429151565.

RECURSOS

Altres recursos:

- Calendari del curs amb distribució del temari i programació d'activitats.
- Material de coneixements previs.
- Transparències resum dels continguts del curs.
- Llista d'exercicis (amb solucions) del curs.
- Models d'exàmens i controls de cursos anteriors.
- Enllaços a apunts, resums i vídeos relacionats amb el temari de l'assignatura.

Tots ells estan disponibles a ATENEA