



# Guia docent

## 320106 - PPE - Probabilitat i Processos Estocàstics

Última modificació: 02/04/2024

**Unitat responsable:** Escola Superior d'Enginyeries Industrial, Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

**Titulació:** GRAU EN ENGINYERIA DE SISTEMES AUDIOVISUALS (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

**Curs:** 2024      **Crèdits ECTS:** 6.0      **Idiomes:** Català

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** Mañosa Fernandez, Víctor

**Altres:**

### CAPACITATS PRÈVIES

---

Com a norma general es considera molt convenient haver aprovat les matemàtiques del primer curs per poder cursar l'assignatura. En particular es consideren fonamentalment crítics els coneixements bàsics de càlcul integral i també d'anàlisi de Fourier.

### REQUISITS

---

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

**Específiques:**

CE01-ESAUD. Capacitat per a la resolució dels problemes matemàtics que puguin plantejar-se a l'enginyeria. Aptitud per a aplicar els coneixements sobre: àlgebra lineal; geometria, geometria diferencial; càlcul diferencial i integral; equacions diferencials i amb derivades parcials; mètodes numèrics; algorítmica numèrica; estadística i optimització. (Mòdul de formació bàsica)

**Genèriques:**

CG03-ESAUD. Coneixement en matèries bàsiques i tecnològiques, que els/les capaciti per a l'aprenentatge de nous mètodes i tecnologies i els/les doti de versatilitat per a adaptar-se a noves situacions.

**Transversals:**

CT06 N2. Aprenentatge autònom - Nivell 2. Dur a terme les tasques encomanades a partir de les orientacions bàsiques donades pel professorat, decidint el temps que cal emprar per a cada tasca, incloent-hi aportacions personals i ampliant les fonts d'informació indicades.

**Bàsiques:**

CB2. Que els/les estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements a la seva feina o vocació d'una manera professional i tinguin les competències que se solen demostrar mitjançant l'el·laboració i la defensa d'arguments i la resolució de problemes dintre de la seva àrea d'estudi.



## METODOLOGIES DOCENTS

- Sessions presencials d'exposició dels continguts.
- Sessions presencials de treball pràctic.
- Treball autònom d'estudi i realització d'exercicis.

En les sessions d'exposició dels continguts el professor introduirà les bases teòriques de la matèria, conceptes, mètodes i resultats il·lustrant-los amb exemples convenients per facilitar-ne la seva comprensió.

Els estudiants, de forma autònoma hauran d'estudiar per tal d'assimilar els conceptes, resoldre els exercicis proposats ja sigui manualment o amb l'ajut de l'ordinador fent servir el programari adequat.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Familiaritzar l'estudiant amb les tècniques i mètodes de la modelització probabilística mitjançant variables aleatòries i processos estocàstics. Desenvolupar la capacitat de l'estudiant per aplicar amb bon criteri aquestes tècniques en la resolució de problemes pràctics, usuals en la professió d'enginyer, pels que un model matemàtic de tipus probabilístic pot proporcionar una solució pràctica més adequada que un model determinista. Fer servir el programari adequat per trobar solucions als problemes treballats. Desenvolupar les competències específiques i transversals associades al treball acadèmic i detallades més endavant.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup mitjà	30,0	20.00

**Dedicació total:** 150 h

## CONTINGUTS

### TEMA 1 Probabilitat

#### Descripció:

- 1.1. El concepte de probabilitat. Axiomes i propietats.
- 1.2. Probabilitat condicionada. Independència.
- 1.3. Fórmules de la probabilitat total i de Bayes.

#### Objectius específics:

- Descriure el resultat d'un experiment aleatori en termes de l'espai mostral i els seus subconjunts.
- Definir la funció de probabilitat.
- Aplicar les propietats de la funció de probabilitat.
- Treballar amb la probabilitat condicionada.
- Treballar amb successos independents.
- Aplicar amb bon criteri els teoremes de probabilitat total i Bayes.

#### Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h



## TEMA 2 Variables aleatòries unidimensionals

### Descripció:

- 2.1 Variables discretes i contínues. Distribució de probabilitat d'una variable aleatòria
- 2.2 Funció de distribució. Funció de densitat de probabilitat.
- 2.3 Funcions d'una variable aleatòria
- 2.4 Esperança, variància i desviació típica.
- 2.5 Distribucions Binomial, geomètrica, binomial negativa i Poisson.
- 2.6 Distribucions exponencial, uniforme, normal i gamma.
- 2.7 Teorema del límit central. Aproximacions normals.

### Objectius específics:

- Conèixer les característiques bàsiques dels models de probabilitat i adquirir una certa desimboltura en la seva manipulació.
- Interpretar l'esperança i la variància d'una variable aleatòria.
- Treballar amb variables aleatòries.
- Conèixer i ser capaç de treballar amb els models d'ús habitual en enginyeria.
- Utilitzar un software adequat com a eina pel càlcul de probabilitats i resolució de problemes inversos amb variables aleatòries.
- Entendre i aplicar el concepte d'aproximació normal.

### Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

## TEMA 3 Variables aleatòries multidimensionals

### Descripció:

- 3.1 Distribució conjunta de dues variables.
- 3.2 Distribucions marginals.
- 3.3 Distribucions condicionades. Independència de dues variables.
- 3.4 Distribució de la funció d'una variable aleatòria. Valor esperat d'una funció de dues variables aleatòries.
- 3.5 Esperança condicionada.
- 3.6 Covariància. Coeficient de correlació.
- 3.7 Operacions amb variables aleatòries: suma producte, quocient. Revisió del teorema central del límit.
- 3.8 Distribució normal bivariant
- 3.9 Vectors aleatoris de dimensió superior a dos. Distribució normal multivariant.

### Objectius específics:

- Conèixer les característiques i paràmetres usuals per l'estudi de variables aleatòries multidimensionals en especial en el cas de dues variables aleatòries.
- Entendre el concepte d'esperança condicionada i d'independència de variables aleatòries.
- Entendre la manera d'operar amb variables aleatòries.
- Aplicar la notació matricial per a vectors aleatoris de dimensió  $n$

### Dedicació: 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 9h

Aprenentatge autònom: 27h



#### TEMA 4 Estimació

##### Descripció:

- 4.1 Estimació mínim quadràtica d'una variable aleatòria no observable.
- 4.2 Estimació dels paràmetres en un model aleatori.

##### Objectius específics:

- Estimar el valor d'una variable no directament observable mitjançant l'observació d'una altra variable.
- Conèixer els estimadors usuals de l'esperança i la variància, així com el concepte d'estimador eficient sense biaix.
- Estimar puntualment el valor d'un paràmetre partint d'informació mostral.
- Conèixer el concepte d'interval de confiança i saber fer-lo servir per valorar l'error comès en una estimació puntual.

##### Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h  
Grup mitjà/Pràctiques: 4h  
Aprentatge autònom: 12h

#### TEMA 5 Processos estocàstics

##### Descripció:

- 5.1 Processos estocàstics. Definició, característiques generals i propietats.
- 5.2 Processos estrictament estacionaris (SS) i estacionaris en sentit ampli (WSS). Propietats.
- 5.3 Procés gaussià estacionari en sentit ampli (WSS).
- 5.4 Ergodicitat en la mitjana i en l'autocorrelació.

##### Objectius específics:

- Conèixer la definició, les característiques i els paràmetres usuals per l'estudi de processos estocàstics.
- Conèixer els conceptes de procés estacionari, estacionari en sentit ampli, i ergòdic.
- Conèixer alguns dels principals processos estocàstics d'interès en l'àmbit de les telecomunicacions i l'enginyeria de sistemes audiovisuals.

##### Dedicació: 27h

Grup gran/Teoria: 5h 30m  
Grup mitjà/Pràctiques: 5h 30m  
Aprentatge autònom: 16h

#### TEMA 6 Elements de l'anàlisi i processat de senyals aleatòris

##### Descripció:

- 6.1 Densitat espectral de potència d'un procés WSS.
- 6.2 Teorema de Wiener-Kinchine
- 6.3 Propietats de la densitat espectral de potència d'un procés WSS
- 6.4 Espectres creuats de processos estacionaris en sentit ampli.
- 6.5 Sistemes LTI amb entrades estocàstiques
- 6.6 Esperança de la resposta d'un sistema LTI a una entrada estacionària en sentit ampli
- 6.7 Autocorrelació i densitat espectral de potència de la resposta a un sistema LTI a una entrada estacionària en sentit ampli.

##### Objectius específics:

- Conèixer la definició d'espectre de potència d'un procés, les seves propietats i la seva utilitat.
- Descriure la resposta a un sistema LTI amb entrada aleatòria a través del càlcul de l'autocorrelació i la densitat espectral de potència.

##### Dedicació: 13h

Grup gran/Teoria: 2h 30m  
Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m  
Aprentatge autònom: 8h



## ACTIVITATS

### AVALUACIÓ

**Dedicació:** 1h

Grup gran/Teoria: 1h

### TREBALL ASSISTIT PER ORDINADOR

**Descripció:**

Durant el desenvolupament del curs es demanarà que l'estudiant, ja sigui de forma autònoma com dirigida, faci ús d'un programari adequat, amb l'objectiu d'assimilar millor determinats conceptes, i de resoldre determinats exercicis.

**Dedicació:** 1h

Grup gran/Teoria: 1h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació consta de quatre proves que anomenarem A1 A2 A3 i A4, amb pesos respectius de 10%, 40%, 10% i 40%. La nota final es calcula mitjançant la fórmula

$$Nf = \max\{0.1 \cdot a1 + 0.4 \cdot a2, 0.5 \cdot a2\} + \max\{0.1 \cdot a3 + 0.4 \cdot a4, 0.5 \cdot a4\}$$

on ai indica la nota de la prova Ai.

D'acord a aquest càlcul, la prova A1 es pot reconduir al fer la prova A2, ja que el 10% que correspon a A1 s'acumula al 40% de A2, en cas de necessitat. I la prova A3 es reconduïx també, si cal, al fer la prova A4, acumulant el 10% de A3 a A4.

La nota del primer parcial (és a dir  $\max\{0.1 \cdot a1 + 0.4 \cdot a2, 0.5 \cdot a2\}$ ) es podrà reconduir amb un examen de recuperació que es farà en la mateixa data i hora del segon parcial. Podrà presentar-se a aquesta prova qualsevol estudiant matriculat. La qualificació definitiva del primer parcial serà la màxima entre la nota del primer parcial i la de l'examen de recuperació R.

La nota final rectificada  $Nf(R)$ , pels estudiants que facin la prova R i obtinguin la nota r, serà:

$$Nf(R) = \max\{\max\{0.1 \cdot a1 + 0.4 \cdot a2, 0.5 \cdot a2\}, 0.5 \cdot r\} + \max\{0.1 \cdot a3 + 0.4 \cdot a4, 0.5 \cdot a4\}$$

Per aquells estudiants que compleixin els requisits i es presentin a l'examen de re-avaluació, la qualificació de l'examen de re-avaluació substituirà les notes de tots els actes d'avaluació obtingudes durant el curs.

Si la nota final després de la re-avaluació és inferior a 5.0 substituirà la inicial únicament en el cas que sigui superior. Si la nota final després de la re-avaluació és superior o igual a 5.0, la nota final de l'assignatura serà aprovat 5.0.

Requisits per accedir a la re-avaluació: qualificació final superior o igual a 2,0 però inferior a 5,0 durant el període d'impartició de la docència.

En cap cas es podrà accedir a la re-avaluació amb una qualificació final de No Presentat.

## NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Les avaluacions consisteixen en d'actes d'avaluació presencials. Si no es realitza algun dels actes, aquell es considerarà qualificat amb zero.

## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Devore, Jay L. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. 6a ed. México: Thomson, 2005. ISBN 9706864571.
- Leon-Garcia, Alberto. Probability, statistics and random processes for electrical engineering. 3a ed. Upper Saddle River: Pearson Education, 2009. ISBN 9780137155606.

### Complementària:

- Montgomery, Douglas C. Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería. 2a ed. México: Limusa, 2002. ISBN 9789681859152.
- Alberola López, Carlos. Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos : una introducción orientada a las telecomunicaciones. Valladolid: Universidad de Valladolid. Secretariado de Publicaciones e Intercambio Editorial, cop. 2004. ISBN 848448307X.
- Gubner, John A. Probability and random processes for electrical and computers engineers. 1st ed. Cambridge [etc]: Cambridge University Press, 2006. ISBN 9780521864701.
- Papoulis, Athanasios. Probability, random variables and stochastic processes. 4th ed. Boston: McGraw-Hill, 2002. ISBN 0073660116.
- Forcada, Santiago. Elements d'estadística [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2007 [Consulta: 14/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36675>. ISBN 9788483019269.

## RECURSOS

---

### Altres recursos:

- Apunts de teoria de tota l'assignatura. Disponibles a Atenea.
- Colecció de problemes resolts per cada un dels temes de l'assignatura. Disponible a Atenea
- Lista de problemes proposats. Disponible a Atenea.